

# Economía y Finanzas Matemáticas

## Derivados: Opciones

Rafael Orive Illera

Departamento de Matemáticas  
Universidad Autónoma de Madrid

`rafael.orive@uam.es`

Marzo 2018

## Opciones

**Opciones:** Es un contrato que te permite vender o adquirir (**put** o **call**) un subyacente a un precio prefijado en un momento determinado (**opción europea**) o hasta un momento determinado (**opción americana**).

Una opción de **compra (call)** da a su propietario el derecho a comprar un activo a un cierto precio.

Una opción de **venta (put)** da a su propietario el derecho a vender un activo a un cierto precio.

Posiciones largas { - Compradores de opciones de compra  
- Compradores de opciones de venta

Posiciones cortas { - Vendedores de opciones de compra  
- Vendedores de opciones de venta

Para suscribir un contrato de opciones el inversor deberá pagar un precio de adquisición:  $C$ , o  $P$ . Otros conceptos:

- Precio de ejercicio (strike price),  $X$ , es el precio contractual
- Fecha de vencimiento (maturity),  $T$

El mercado debe asegurarse que se puedan ejercer las opciones. Existen garantías para quien emita opciones.

## Opciones sobre acciones

Los tipos de contratos de opciones más habituales son sobre:

- Divisas
- Futuros: sobre la mayoría de los futuros (eurodolares, bonos)
- Índices: solo con liquidaciones
- **Acciones**: +500 acciones son negociables en USA
  - 4 vencimientos al año. 10:59 pm el sábado inmediatamente siguiente al tercer miércoles del mes de vencimiento.
  - Una opción llega a su vencimiento se empieza a negociar la siguiente.
  - Los precios de ejercicio están normalmente espaciados en 2.5, 5, 10 dolares.

- Puede haber muchos contratos diferentes de opciones en negociación. Dos clases: put y call.
- Una serie de opciones son todas las opciones de una determinada clase con igual fecha de vencimiento y precio.
- Pueden estar: En dinero; A dinero; Fuera de dinero.
- El **valor intrínseco** de una opción se define como el máximo entre 0 y el valor que tendría si fuera ejercida en ese momento
- En una opción americana el propietario puede esperar a ejecutarla, esto es el valor temporal.
- Las opciones se ajustan ante dividendos y divisiones de acciones
- El mercado especifica una posición límite y un límite de ejercicio.

## Precios de las opciones sobre acciones.

Los factores que lo determinan los precios de las opciones (europea, americana) de compra ( $c, C$ ) o venta ( $p, P$ ) son:

- El precio actual de las acciones  $S$
- El precio de ejercicio  $X$
- El tiempo de expiración  $T$
- La volatilidad del precio de las acciones  $\sigma$
- El tipo libre de riesgo  $r$
- Los dividendos esperados durante la vida de la opción, cuyo valor actual es  $D$

Los precios de las opciones tienen un límite máximo y un límite mínimo. En caso de no respetarse aparecen oportunidades de arbitraje.

## Opciones de compra

- La opción de compra nunca puede tener más valor que la acción

$$c \leq S, \quad C \leq S.$$

- Sobre acciones que no distribuyen dividendos se satisface

$$c \geq \max(S - Xe^{-rT}, 0).$$

**Cartera A:** Una opción europea de compra y efectivo de  $Xe^{-rT}$

**Cartera B:** Una acción

- Sobre acciones que no distribuyen dividendos, no tiene sentido hacer la compra antes de la fecha de vencimiento

$$C = c.$$

**Cartera B,** y

**Cartera C:** Una opción americana de compra y efectivo de  $Xe^{-rT}$

## Opciones de venta

- La opción de venta nunca puede tener más valor que el strike

$$p \leq X, \quad P \leq X.$$

- En la opción europea a vender en  $T$

$$p \leq Xe^{-rT}.$$

- La opción de venta europea sobre acciones que no distribuyen dividendos satisface

$$p \geq \max(Xe^{-rT} - S, 0).$$

**Cartera D:** Efectivo de  $Xe^{-rT}$

**Cartera E:** Una opción de venta europea y una acción

- Una opción de venta americana sobre acciones que no distribuyen dividendo siempre debe ejercerse antes de su vencimiento.

$$P > p \quad \text{cuando } r > 0$$

**Cartera D:** Efectivo de  $Xe^{-rT}$

**Cartera F:** Una opción de venta americana y una acción

## Paridad Put-Call

**Cartera A:** Una opción europea de compra de una acción y una cantidad de efectivo  $Xe^{-rT}$

**Cartera E:** Una opción europea de venta y una acción

Demostramos que ambas carteras tiene el mismo valor. Entonces;

$$c + Xe^{-rT} = p + S$$

Ecuación fundamental de las opciones europeas o también conocida paridad put-call.

En el caso de opciones americanas, tenemos  $P > p$  y  $C = c$  en ausencia de dividendos. Entonces,

$$C - P < S - Xe^{-rT}$$

**Cartera F:** Una opción americana de venta y una acción

**Cartera G:** Una opción europea de compra y cantidad de efectivo  $X$

Comparando ambas carteras, concluimos

$$S - X < C - P < S - Xe^{-rT}$$

## Efecto de los dividendos

El valor actual de los dividendos de una acción  $D$  es un valor deducible durante la vida de una opción cotizante.

**Cartera H:** Una opción europea de compra y efectivo de  $D + Xe^{-rT}$

**Cartera B:** Una acción

$$c > \max(S - D - Xe^{-rT}, 0).$$

**Cartera E:** Una opción europea de venta y una acción

**Cartera I:** Efectivo de  $D + Xe^{-rT}$

$$p > \max(D + Xe^{-rT} - S, 0).$$

Usando la **Cartera E** y la **Cartera H** tenemos la **paridad put-call**

$$c + D + Xe^{-rT} = p + S$$

**Cartera J**: Una opción europea de compra y efectivo de  $D + X$

**Cartera F**: Una opción americana de venta y una acción

Comparando ambas carteras, concluimos

$$S - D - X < C - P < S - Xe^{-rT}$$